

ЭЛЕКТРОННОЕ СПАРИВАНИЕ  
В ИЗОТРОПНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ  
С ЭФФЕКТИВНЫМ  
ЭЛЕКТРОННО-ЭЛЕКТРОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ,  
ЗАВИСЯЩИМ ОТ СПИНА

Нгуен Ван Хьеу\*, Ха Вин Тан\*, Нгуен Тоан Тханг\*,  
Нгуен Аи Вьет\*

Изучается электронное спаривание в изотропных сверхпроводниках. Рассматривается эффективное, зависящее от спина электронно-электронное взаимодействие общего вида. Квантовое состояние пар Купера является линейной суперпозицией синглетного и триплетного состояний. Выводится система уравнений для энергетической щели при нулевой температуре. Обсуждаются достаточные условия для чисто синглетного или триплетного спаривания, а также для вырождения основного состояния вследствие симметрии между синглетной и триплетной фазами.

Работа выполнена в Институте теоретической физики, Ханой, СРВ.

Electron Pairing in Isotropic Superconductors  
with Spin-Dependent Effective Electron-Electron Interaction

Nguyen van Hieu et al.

The electron pairing was studied for the isotropic superconductors with the spin-dependent effective electron-electron interaction. In the general case the quantum state of the Cooper pairs is a linear superposition of triplet and singlet ones. The system of gap equations was derived. The sufficient conditions were discussed for the purely singlet or triplet pairing as well as for the degeneracy of the ground state due to a symmetry between the singlet and triplet phases.

The investigation has been performed at the Institute of Theoretical Physics, Hanoi, Vietnam.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В теории сверхпроводимости<sup>/1, 2/</sup> общеизвестно, что вследствие не зависящего от спина эффективного притяжения между электронами вблизи поверхности Ферми появляются пары Купера в синглетном связанном состоянии — синглетное спаривание электронов. Динамическим источником такого не зависящего

\* Институт теоретической физики, Ханой, СРВ

от спина эффективного притяжения мог бы быть обмен фононами. Считалось также, что триплетное спаривание имеет место в том случае, когда эффективное взаимодействие электронов зависит от спина. Соответствующие нефононные механизмы обсуждались в течение многих лет<sup>/3-6/</sup>. В последние годы триплетное спаривание рассматривалось в ряде работ в связи с проблемой тяжелого фермиона<sup>/7-9/</sup>.

В настоящей работе изучаем электронное спаривание в изотропных сверхпроводниках с зависящим от спина эффективным электронно-электронным взаимодействием общего вида. В основном состоянии сверхпроводника такого рода происходит конденсация пар Купера, квантовое состояние которых является линейной суперпозицией синглетного и триплетного состояний. Ради простоты мы пользуемся приближением БКШ<sup>/1/</sup>. Установим систему уравнений для энергетической щели, из которых непосредственно выводятся достаточные условия существования пар Купера в чисто синглетном или триплетном связанном состоянии. Рассматривается также возможное вырождение основного состояния вследствие возможной симметрии между синглетной и триплетной фазами.

## 2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЩЕЛИ

В приближении БКШ многоэлектронная система с зависящим от спина эффективным электронно-электронным взаимодействием описывается следующим модельным гамильтонианом

$$H = \sum_{\vec{k}} \xi(\vec{k}) a_a^+(\vec{k}) a_a(\vec{k}) + \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, \vec{l}} V_{\alpha\beta\gamma\lambda}(\vec{k}, \vec{l}) a_a^+(\vec{k}) a_\beta^+(-\vec{k}) a_\lambda(-\vec{l}) a_\gamma(\vec{l}), \quad (1)$$

где  $a_a(\vec{k})$  и  $a_a^+(\vec{k})$  — операторы уничтожения и рождения электрона,  $\vec{k}$  и  $\vec{l}$  — импульсы электрона,  $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$  — спиновые индексы,

$$\xi(\vec{k}) = \frac{\vec{k}^2}{2m} - E_F,$$

$m$  — масса электрона, а  $E_F$  — энергия Ферми.

Эффективный потенциал взаимодействия электронов всегда можно написать в виде

$$V_{\alpha\beta\gamma\lambda}(\vec{k}, \vec{l}) = A(\vec{k}, \vec{l}) \epsilon_{\alpha\beta} \epsilon_{\gamma\lambda} + B(\vec{k}, \vec{l}) (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)_{\alpha\beta} (\vec{\sigma}_2 \vec{\sigma}_1)_{\gamma\lambda} + C(\vec{k}, \vec{l}) (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)_{\alpha\beta} (\vec{\sigma}_2 \vec{\sigma}_1)_{\gamma\lambda} + D(\vec{k}, \vec{l}) (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)_{\alpha\beta} (\vec{\sigma}_2 \vec{\sigma}_1)_{\gamma\lambda} + E(\vec{k}, \vec{l}) (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)_{\alpha\beta} (\vec{\sigma}_2 \vec{\sigma}_1)_{\gamma\lambda} + F(\vec{k}, \vec{l}) (\vec{\sigma}_1 [\vec{k} \vec{l}] \vec{\sigma}_2)_{\alpha\beta} (\vec{\sigma}_2 [\vec{k} \vec{l}])_{\gamma\lambda}. \quad (2)$$

Обобщая рассуждения БКШ, мы выбираем вектор основного состояния в виде

$$\Phi = \Pi' \{ u(\vec{k}) + \frac{1}{\sqrt{2}} [ \epsilon_{\alpha\beta} v(\vec{k}) + (\vec{\sigma} \vec{k} \sigma_2)_{\alpha\beta} w(\vec{k}) ] a_\alpha^+ (\vec{k}) a_\beta^+ (-\vec{k}) \} |0\rangle, \quad (3)$$

где  $|0\rangle$  — вектор состояния вакуума,  $\Pi'$  обозначает произведение, в котором вектор  $\vec{k}$  пробегает полупространство (среди двух факторов с противоположными векторами  $\vec{k}$  и  $-\vec{k}$  только один входит в произведение  $\Pi'$ ).

В силу нормирования  $\Phi$

$$|u(\vec{k})|^2 + |v(\vec{k})|^2 + k^2 |w(\vec{k})|^2 = 1. \quad (4)$$

В дальнейшем будем выбирать функции  $u(\vec{k})$ ,  $v(\vec{k})$ ,  $w(\vec{k})$  вещественными.

Легко вычислить среднее значение гамильтониана (1) в основном состоянии — его полную энергию. Мы имеем

$$E = \langle \Phi | H | \Phi \rangle = \sum_{\vec{k}} \xi(\vec{k}) [ v_0(\vec{k})^2 + v_1(\vec{k})^2 ] + \\ + \sum_{\vec{k}, \vec{l}} u(\vec{k}) u(\vec{l}) [ A_0(\vec{k}, \vec{l}) v_0(\vec{k}) v_0(\vec{l}) + A_1(\vec{k}, \vec{l}) v_1(\vec{k}) v_1(\vec{l}) ], \quad (5)$$

где

$$v_0(\vec{k}) = v(\vec{k}), \quad v_1(\vec{k}) = kw(\vec{k}), \quad (6)$$

$$A_0 = A, \quad A_1 = \frac{1}{k\ell} [ k^2(\vec{k}\vec{\ell}) B + k^2\ell^2 C + (\vec{k}\vec{\ell})^2 D + \ell^2(\vec{k}\vec{\ell}) E ]. \quad (7)$$

Полагая

$$u(\vec{k}) = \cos \theta_{\vec{k}}, \quad v_0(\vec{k}) = \sin \theta_{\vec{k}} \cos \phi_{\vec{k}}, \quad v_1(\vec{k}) = \sin \theta_{\vec{k}} \sin \phi_{\vec{k}}, \quad (8)$$

перепишем выражение полной энергии основного состояния в виде

$$E = \sum_{\vec{k}} \xi(\vec{k}) \sin^2 \theta_{\vec{k}} + \frac{1}{4} \sum_{\vec{k}, \vec{l}} \sin 2\theta_{\vec{k}} \sin 2\theta_{\vec{l}} \times \\ \times [ A_0(\vec{k}, \vec{l}) \cos \phi_{\vec{k}} \cos \phi_{\vec{l}} + A_1(\vec{k}, \vec{l}) \sin \phi_{\vec{k}} \sin \phi_{\vec{l}} ]. \quad (9)$$

Из вариационного принципа

$$\frac{\delta E}{\delta \theta_{\vec{k}}} = 0, \quad \frac{\delta E}{\delta \phi_{\vec{k}}} = 0 \quad (10)$$

выведем систему уравнений для энергетической щели при нулевой температуре

$$\Delta_0(\vec{k}) = - \sum_{\vec{\ell}} A_0(\vec{k}, \vec{\ell}) \frac{\Delta_0(\vec{\ell})}{[\xi(\vec{\ell})^2 + \Delta(\vec{\ell})^2]^{1/2}}, \quad (11a)$$

$$\Delta_1(\vec{k}) = - \sum_{\vec{\ell}} A_1(\vec{k}, \vec{\ell}) \frac{\Delta_1(\vec{\ell})}{[\xi(\vec{\ell})^2 + \Delta(\vec{\ell})^2]^{1/2}}, \quad (11b)$$

где

$$\Delta(\vec{k}) = [\Delta_0(\vec{k})^2 + \Delta_1(\vec{k})^2]^{1/2} \quad (12)$$

представляет собой энергетическую щель, а

$$\Delta_0(\vec{k}) = \Delta(\vec{k}) \cos \phi_{\vec{k}} = - \sum_{\vec{\ell}} A_0(\vec{k}, \vec{\ell}) \sin 2\theta_{\vec{\ell}} \cos \phi_{\vec{\ell}}, \quad (13a)$$

$$\Delta_1(\vec{k}) = \Delta(\vec{k}) \sin \phi_{\vec{k}} = \sum_{\vec{\ell}} A_1(\vec{k}, \vec{\ell}) \sin 2\theta_{\vec{\ell}} \sin \phi_{\vec{\ell}} \quad (13b)$$

являются ее синглетной и триплетной компонентами соответственно. Легко также показать, что энергии низших возбужденных состояний с неспаривающимся электроном, имеющим импульс  $\vec{k}$ , равны

$$E(\vec{k}) = E + [\xi(\vec{k})^2 + \Delta(\vec{k})^2]^{1/2}. \quad (14)$$

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ

Уравнения (11a) и (11b) определяют энергетическую щель  $\Delta(\vec{k})$  и ее синглетную компоненты  $\Delta_0(\vec{k})$  и  $\Delta_1(\vec{k})$ . Из уравнений (13a) и (13b) следует, что триплетная (синглетная) компонента  $\Delta_1(\vec{k})$  ( $\Delta_0(\vec{k})$ ) равна нулю, и поэтому мы имеем чисто синглетное (триплетное) спаривание, если  $A_1(\vec{k}, \vec{\ell})$  ( $A_0(\vec{k}, \vec{\ell})$ ) исчезает или не представляет собой некоторого потенциала притяжения. С другой стороны, если

$$A_0(\vec{k}, \vec{\ell}) = A_1(\vec{k}, \vec{\ell}),$$

то уравнения (11a) и (11b) совпадают друг с другом, и их решение обладает следующим свойством

$$\Delta_0(\vec{k}) = \eta \Delta_1(\vec{k})$$

с произвольной постоянной  $\eta$ . Эта постоянная определяет относительный вес синглетной и триплетной фаз в основном состоянии. Так как энергии основного и низших возбужденных (одноквазичастичных) состояний не зависят от отношения  $\eta$ , то имеется вырождение этих состояний, являющееся следствием симметрии между синглетной и триплетной фазами конденсации Бозе — Эйнштейна пар Купера.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Bardeen J., Cooper L.N., Schriffer J.R. — *Phys. Rev.*, 1957, 108, p.1175;  
Schriffer J.R. *Theory of Superconductivity*. New York, 1964.
2. Боголюбов Н.Н. — *ЖЭТФ*, 1958, 34, с.58.;  
Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В. *Новый метод в теории сверхпроводимости*. М.: Изд-во АН СССР, 1958.
3. Ахиезер А.И., Померанчук И.Я. — *ЖЭТФ*, 1959, 36, с.859.
4. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А. — *ЖЭТФ*, 1962, 43, с.2208.
5. Vonsovskii S.V., Svirskii M.S. — *phys. stat. sol.*, 1965, 9, p.267.
6. Гудах О. — *Письма в ЖЭТФ*, 1985, 42, с.244.
7. Воловик Г.Е., Горьков Л.П. — *Письма в ЖЭТФ*, 1984, 39, с.550.
8. Anderson P.W. — *Phys. Rev.*, 1984, B30, p.4000.
9. Blount E.I. — *Phys. Rev.*, 1985, B32, p.2935.

Рукопись поступила 29 сентября 1987 года.